2M

УДК 681.586

В.Ф. Миргород, В.М. Грудинкин
ОАО «Элемент», г. Одесса, Украина
element@farlep.net., odessa@element.od.ua

Новые компьютерно-ориентированные формы математических моделей авиационных газотурбинных двигателей

Для круга задач оптимального управления, оценки технического состояния и диагностики авиационных газотурбинных двигателей рассмотрены вопросы усовершенствования известных кусочно-линейных дифференциальных и построения новых интегральных математических моделей, адекватно отражающих статику и динамику объектов управления и диагностики. Предложены новые математические модели в виде интегральных уравнений Вольтерра и методы их компьютерной реализации.

Введение

Общая постановка проблемы построения адекватных имитационных и диагностических моделей статики и динамики авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) обусловлена как важностью теоретического исследования совокупности термогазодинамических процессов в ГТД, так и практической значимостью ожидаемых результатов для решения задач оптимального и адаптивного управления, диагностики и оценки технического состояния в течение жизненного цикла объекта. Газотурбинный двигатель является одним из наиболее совершенных и наиболее сложных объектов энергетики, в котором рационально объединено взаимодействие термогазодинамических процессов для достижения высоких технико-экономических и экологических показателей. Жизненный цикл ГТД включает этапы проектирования, создания опытных образцов, испытаний и эксплуатации. Информационным обеспечением всех этапов жизненного цикла ГТД является его математическое моделирование. Компьютерно реализованные математические модели (ММ) высокого уровня сопровождают двигатель в течение его жизненного цикла, представляя собой его информационный портрет. Поэтому проблема усовершенствования математических моделей в направлении повышения уровня адекватности с допустимым уровнем сложности имеет важное научное и прикладное значение.

Следует отметить, что применение математических моделей на этапе разработки в рассматриваемой отрасли передовых технологий вошло в практику отработки новых изделий, позволяет существенно сократить объемы стендовых испытаний, заменяя ряд их дорогостоящих этапов компьютерным моделированием [1]. Соответственно сокращается продолжительность этапа испытаний и число опытных экземпляров изделий, что обеспечивает значительный технико-экономический эффект от применения ММ. С другой стороны, в процессе эксплуатации ГТД необходимость применения ММ для замещения сигналов измерительных каналов при их отказах уже введена в нормативные документы [2]. В работах авторов [3], [4] и других работах, обосно-

вано предложение создания электронного паспорта ГТД в виде его индивидуальной ММ, которая сопровождает двигатель в течение его жизненного цикла, обеспечивая возможность эксплуатации по техническому состоянию. Поэтому проблема усовершенствования и построения новых ММ для авиационных ГТД имеет теоретическую значимость и прикладную востребованность.

1. Постановка проблемы и цель исследования

Применяемые ММ авиационных ГТД можно разделить на термогазодинамические, поузловые, поэлементные и кусочно-линейные динамические [5]. Детальная классификация и анализ применяемых ММ ГТД приведены в [6].

Среди моделей авиационных ГТД самостоятельное значение и существенную важность имеют имитационные ММ статики и динамики, для которых ГТД представляется единым объектом с совокупностью внешних воздействий и выходных координат. Имитационные модели ГТД в настоящее время являются необходимой составной частью ТЗ на ЭСУ профиля FADEC и используются в стендах-имитаторах, позволяя на этапе проектирования совершенствовать алгоритмы контроля состояния, управления режимами и диагностики [3], [4]. Как правило, имитационные ММ представляют собой совокупность нелинейной статической и кусочно-линейной динамической моделей (КЛДМ) [7], [8], таким образом, в каждой точке рабочего режима ММ является линейной. Успешность применения КЛДМ обусловила разработку ряда их модификаций, среди которых наиболее важными представляются стохастические Марковские ММ [7] и ММ в виде векторно-матричных дифференциальных уравнений с неопределенными собственными значениями [9].

Рассматривая круг нерешенных задач, препятствующих широкому внедрению ММ на всех этапах жизненного цикла ГТД, следует отметить важнейшие из них, а именно:

– имеющиеся совершенные термогазодинамические ММ непригодны для решения задач адаптивного и оптимального управления режимами ГТД и пока не могут быть реализованы в режиме реального времени в электронных системах управления;

– применяемые дифференциальные ММ ГТД имеют феноменологический характер, не отражают физику процессов в объекте и плохо приспособлены к компьютерной реализации в бортовой аппаратуре.

Таким образом, известные модификации ММ имеют недопустимо высокий уровень сложности при компьютерной реализации, что затрудняет их прикладное применение. Практика применения ММ ГТД требует отыскания таких их эквивалентных форм, которые бы без снижения уровня адекватности имели допустимую компьютерную сложность, имея в виду в перспективе реализацию в бортовой ЭСУ. Разработка новых ММ ГТД, имеющих более общий характер и известные [10] преимущества при численной реализации, позволяет повысить уровень адекватности применяемых ММ и приблизить уровень их алгоритмической сложности к возможностям бортовых средств.

Целью настоящей работы является усовершенствование известных кусочно-линейных динамических дифференциальных моделей на основе их модальной формы и обоснование новых ММ установившихся и переходных режимов ГТД в виде интегральных уравнений Вольтерра.

2. Основные результаты исследования

2.1 Модальная форма математических моделей ГТД

Переход к модальной форме ММ ГТД путем диагонализации векторно-матричных уравнений динамики предложен Р.Л. Лейбовым [9] для решения задачи на неопределенные собственные значения сопровождающей матрицы характеристического полинома, которая сводится к совокупности задач линейного и нелинейного программирования. Размерность последней задачи столь велика, что теряет содержательное значение для практики. Тем не менее, предложение перехода к модальной форме имеет весьма важное значение ввиду следующих ее преимуществ:

– упрощения численной реализации и необходимых вычислительных ресурсов в n раз, где n – порядок системы,

– достижения возможности качественного исследования ММ, ее фундаментальных свойств, а именно устойчивости, управляемости и наблюдаемости.

Такой переход, в отличие от [9], предлагается осуществить таким образом, чтобы исключить весьма существенный недостаток КЛДМ – разрывность ускорений в точках сопряжения диапазонов, являющийся неблагоприятным фактором, особенно при моделировании турбовальных ГТД.

Для классической формы уравнений состояния, которыми описывается динамика ГТД в каждой точке рабочего режима,

$$\frac{d}{dt}\vec{x} = A\vec{x} + B\vec{u}, \qquad \vec{y} = C\vec{x} + D\vec{u}, \tag{1}$$

модальной является следующая их форма

$$\frac{d}{dt}\vec{v} = S\vec{v} + B_d\vec{u}, \qquad \vec{y} = C_d\vec{v} + D\vec{u}, \tag{2}$$

где $S = VAV^{-1}$ – диагональная матрица из собственных значений s_k матрицы A, V – матрица диагонализации $V = \left[\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_n\right]$, являющаяся решением задачи на собственные значения

$$A\vec{v}_k = s_k\vec{v}_k. \tag{3}$$

Собственные значения s_k удовлетворяют уравнению

$$\det\left(sE - A\right) = 0. \tag{4}$$

Поскольку обычно матрицы в (1) заданы некоторой совокупностью в зависимости от значений режимного параметра r_j, где j – номер участка дискретизации, возникает естественное предложение их непрерывной аппроксимации. Теоретические основы такого представления известны в матричной алгебре в виде теории λ-матриц [11], то есть матриц, элементы которых являются многочленами от параметра λ.

Можно видеть, что для предлагаемой аппроксимации имеются глубокие основания. Действительно, трудно полагать, чтобы в реальной динамической системе при

изменении режимного параметра собственные значения перемещались по разрывным траекториям (случай переключения КПВ рассматривается отдельно). Такие траектории должны быть непрерывными и иметь точки бифуркации, в которых происходит изменение кратности и разделение на комплексно-сопряженные пары. В КЛДМ (1) координаты состояния представляют собой отклонения оборотов турбин от их статических значений в каждой точке рабочего режима, поэтому переход между соседними участками аппроксимации сопровождается возникновением разрыва первого рода для производной оборотов, то есть ускорения, что противоречит физической сущности динамики ГТД. Поэтому форма (2), представленная через λ-матрицы, является более совершенной аппроксимацией реальной динамики нелинейной системы и ГТД, в частности.

Следуя теории λ-матриц [4], если $A(\lambda)$ является регулярной матрицей ($\det(A(\lambda)) \neq 0$), то она эквивалентна диагональной матрице с элементами, которые являются инвариантными многочленами $A(\lambda)$. Эта диагональная λ-матрица называется канонической формой Смита. Известный путь приведения λ-матрицы к канонической форме Смита состоит в построении унимодальных матриц преобразования, которые, в свою очередь, представляются в виде произведения конечного числа элементарных λ – матриц [9]. Громоздкость и неудобство для компьютерной реализации известного алгоритма затрудняют его практическое применение. Поэтому предлагается осуществить переход к модальной форме уравнений динамики ГТД на основе решения траекторной задачи на собственные значения в виде

$$A(\lambda)\vec{v}_k(\lambda) = s_k(\lambda)\vec{v}_k(\lambda), \tag{5}$$

которая эквивалентна следующей задаче

$$A(\lambda)V(\lambda) = V(\lambda)S(\lambda), \tag{6}$$

где $A(\lambda)$ является известной, $S(\lambda)$ определяется (4), а неизвестными являются траектории элементов собственных векторов.

Если найдется решение траекторной задачи на собственные значения (6), то модальная форма уравнений динамики ГТД приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\vec{v} &= S(\lambda)\vec{v} + B_d(\lambda)\vec{u}, \\ \vec{y} &= C_d(\lambda)\vec{v} + D(\lambda)\vec{u}, \end{aligned} \tag{7}$$

а изменения координат состояния определяются соотношением

$$\vec{x} = V^{-1}(\lambda)\vec{v}. \tag{8}$$

Преимущества формы (7) достаточно очевидны, поскольку достаточно прозрачными становятся запасы устойчивости, в численном виде могут быть определены показатели управляемости и наблюдаемости в виде параметров обусловленности матриц $B_d(\lambda)$ и $C_d(\lambda)$ на режимах, имеет место непрерывность ускорений.

Необходимо отметить, что исследование траекторий собственных значений имеет самостоятельное значение, поскольку точки бифуркации таких траекторий, соответствующие возникновению пары комплексно-сопряженных собственных значений,

позволяют выполнить качественный анализ ММ. Действительно, такая бифуркация означает потенциальную возможность возникновения колебательных режимов в газовоздушном тракте и позволяет локализовать подсистему таких режимов, например, в виде: турбина 1 – турбина 2, или турбина 2 – турбина 3, что является важным для оценки запасов ГДУ и причин их изменения.

Траекторная задача на собственные значения (6) имеет нетривиальный характер и недостаточно полно рассмотрена в теории λ-матриц. Первая проблема в виде комплексного характера матрицы диагонализации решается использованием блочно-диагональной формы Шура.

Вторая проблема состоит в определении такой совокупности собственных векторов, которые бы образовывали непрерывные траектории. Стандартное программное обеспечение универсальных программных пакетов такой возможности не предоставляет. Однако такие проблемы носят непринципиальный технический характер и вполне преодолимы. Тестирование предлагаемой ММ выполнено на данных полетной регистрации трехвального ТРДД в режимах «приемистость – встречная приемистость» и его результаты иллюстрирует рис. 1. На рис. 1 представлены изменения оборотов турбин и их модельные значения по форме (1) С.В. Епифанова и определенные по модальной форме. Как это следует из результатов компьютерного моделирования в сопоставлении с реальными данными, различия не являются существенными.

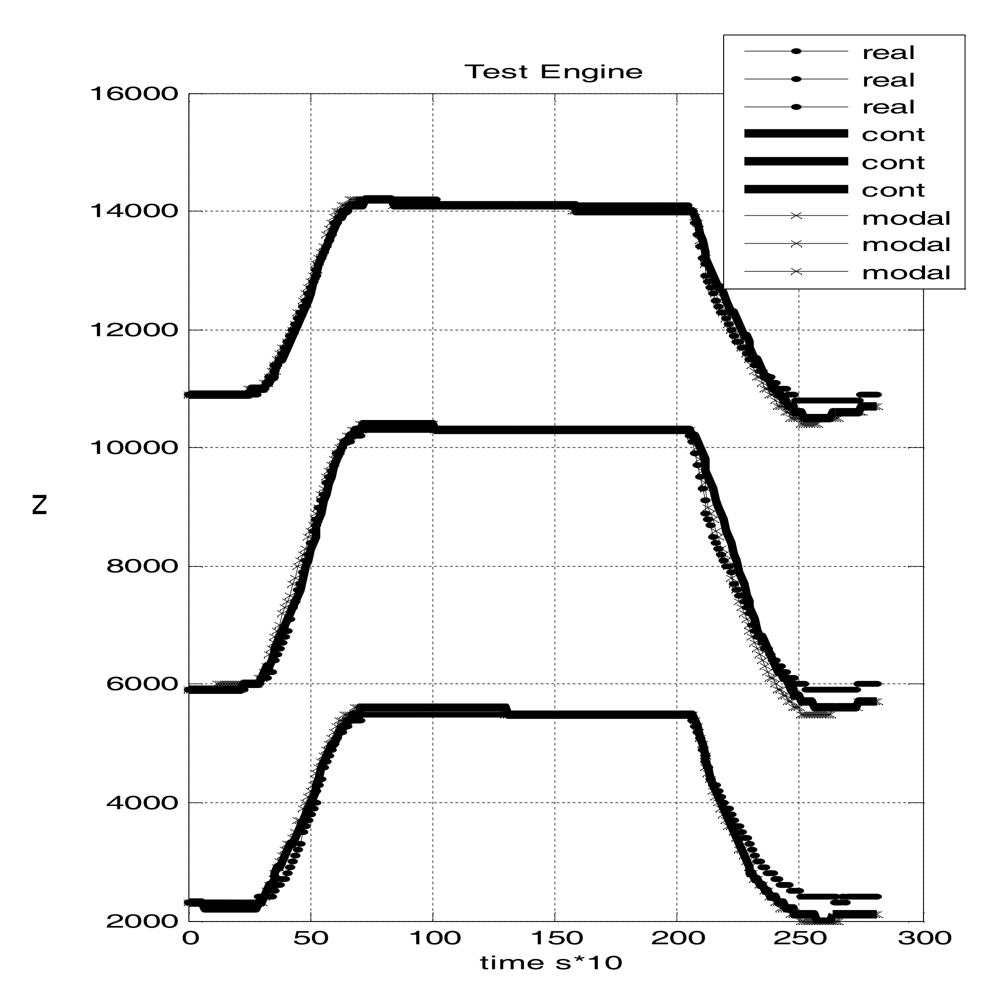


Рисунок 1 – Результаты компьютерной реализации модальной формы в сопоставлении с реальными данными

2.2 Интегральная форма математических моделей ГТД

Рассматривая решение (1)

$$\Delta\vec{x}(t)=\int_{t_н}^{t}\Phi(t,s)B(s)\Delta\vec{u}(s)ds, \qquad (9)$$

где Ф – переходная матрица (1), можно заметить, что решение задачи на собственные значения и построение их траекторий в зависимости от режимного параметра по сути является аппроксимацией ядра интегрального преобразования (9) разностным экспонентным ядром, так как для каждого из участков аппроксимации матрицы A, B, C, D являются фиксированными

Отсюда следует предположение, что основные термогазодинамические параметры ГТД могут быть связаны более общей, в сравнении с (1), (7) математической моделью, а именно ММ в виде интегральных уравнений Вольтерра. Такая ММ первоначально построена для установившихся режимов ГТД, а в последующем и для динамических режимов.

Исходной гипотезой для построения ММ для установившихся режимов ГТД является предположение, согласно которому энергетический параметр двигателя в виде степени повышения давления, определяющий тяговые характеристики ГТД, аддитивно связан с оборотами его турбин

$$\pi_k(G_T)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(G_T)\cdot n_i(G_T), \qquad (10)$$

а градиенты оборотов турбин по расходу топлива, в свою очередь, определяются этим энергетическим параметром

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{dn_i\cdot(G_T)}{dG_T}=\beta_i(G_T)\pi_k(G_T),\\ i=\overline{1},\overline{N},\end{array}\right\} \qquad (11)$$

где $\{\alpha_i\cdot(x)\},\{\beta_i\cdot(x)\}$ – системы некоторых линейно независимых функций.

Из (10), (11) непосредственно вытекает эквивалентная ММ в виде интегрального уравнения Вольтерра II-го рода с сепарабельным ядром

$$\begin{array}{c}\pi_k(G_T)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(G_T)n_i(G_н)+\\ \sum_{i=1}^{N}\alpha_i(G_T)\int_{G_н}^{G}\beta_i(s)\pi_k(s)ds\end{array}. \qquad (12)$$

Идентификация ММ (12) выполнена по статическим характеристикам и базам данных испытаний того же двигателя и дала приемлемые результаты [5]. На рис. 2 представлены нормированные значения изменения параметров двигателя и их модельные значения, определенные по интегральной форме.

Среднеквадратическое отклонение по основным параметрам ГТД n_i, $\pi_к$ не превышает 1 %. Преимущества ММ (12) представляются достаточно значительными: основные характеристики ГТД определяются небольшой совокупностью линейно независимых функций, которые имеют ясное физическое содержание и довольно несложно определяемые в численном виде по экспериментальным данным.

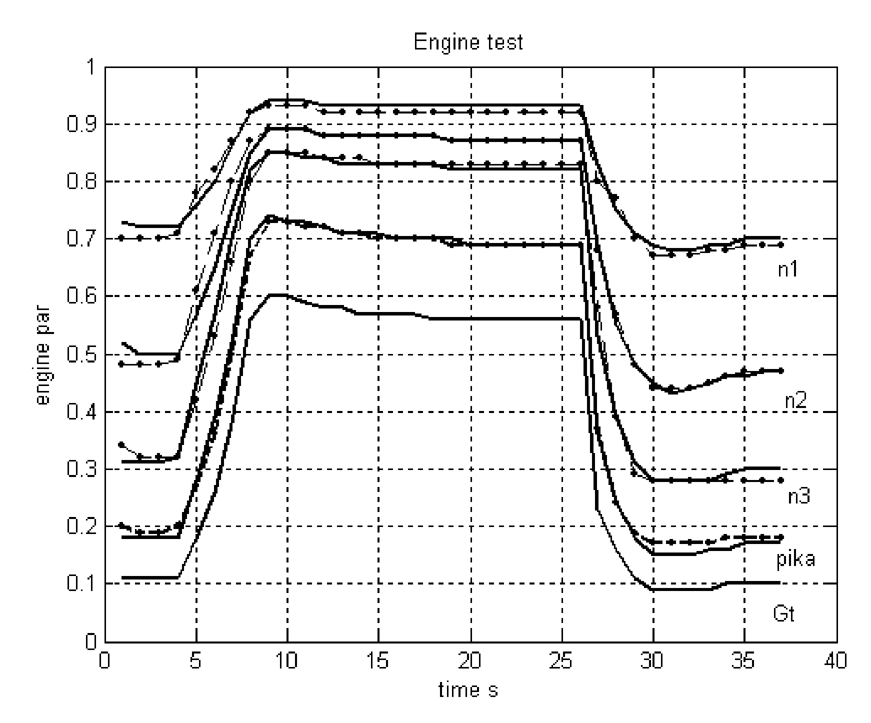


Рисунок 2 – Результаты компьютерной реализации интегральной формы в сопоставлении с реальными данными

Заключение

Таким образом, практика проектирования современных электронных систем измерения параметров, управление и диагностики требует создания адекватных компьютерно-ориентированных математических моделей авиационных двигателей. Адекватность модели ГТД должна быть обеспечена ее соответствием реальным данным испытаний, а возможности компьютерной реализации – удовлетворять требованиям к бортовой и наземной диагностирующей аппаратуре. Предлагаемые новые ММ авиационных ГТД имеют ряд важных преимуществ в сравнении с известными моделями благодаря возможностям их численной реализации. Обучение разработанных ММ выполнено с применением современных алгоритмических и программных средств и позволяет индивидуализировать их параметры относительно конкретного экземпляра двигателя.

Результаты исследований по созданию и усовершенствованию ММ ГТД, методов их компьютерной реализации позволили решить ряд прикладных задач, а именно:

– создание интеллектуальной системы измерения давления для семейства двигателей АИ-436 самолетов АН-148, Ту-334 [12];

– создание ЭСУ температурным режимом двигателя АИ-25ТЛШ самолета Л-39 [13], а также для двигателей семейства ТВЗ-117.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в создании ММ бортового применения.

Литература

1. ЦИАМ 2001-2005. Основные результаты научно-технической деятельности. Т.1 – М.: ЦИАМ, 2005. – 475 с.
2. Швец Л.И., Челомбитько А.В. Применение математического моделирования при испытаниях опытных авиационных ГТД на высотных стендах // ЦИАМ 2001-2005. Основные результаты научно-технической деятельности. – М.: ЦИАМ, 2005. – Т.1. – С. 53-57.

3. Ранченко Г.С., Миргород В.Ф., Бевзюк А.А. Исследование системы управления расходом топлива авиационного двигателя с цифровым логико-динамическим регулятором // Труды Одесского национального политехнического университета. – 2004. – Вып. 2 (22). – С.163-168.
4. Миргород В.Ф., Грудинкин В.М. Виртуальный стенд моделирования систем авиационных двигателей // Искусственный интеллект. – 2006. – № 3. – С.186-191.
5. Гуревич О.С. Состояние и перспективы развития систем автоматического управления авиационными газотурбинными двигателями // ЦИАМ 2001-2005. Основные результаты научно-технической деятельности. – М.:ЦИАМ, 2005. – С. 267-270.
6. Волков Д.И., Епифанов С.В. Определение мощности турбовальных двигателей по измеряемым термогазодинамическим параметрам // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 9 (35). – С. 124-130.
7. Марковские модели сложных динамических систем: идентификация, моделирование, контроль состояния / Куликов Г.Г., Флеминг П.Дж., Брейкин Т.В. и др. – Уфа: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 1998. – 104 с.
8. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / Епифанов С.В., Кузнецов Б.И., Богаенко И.И. и др. . – К.: Техника, 1998. – 312 с.
9. Лейбов Р.Л. Системы с неопределенными собственными значениями. – М.: Изд. Ассоц. строит. вузов, 2006. – 184 с.
10. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Справочник по интегральным уравнениям. – К.:Техника, 1986. – 700 с.
11. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления – М.: Наука, 1984. – 320 с.
12. Миргород В.Ф., Грудинкин В.М. Динамические характеристики системы измерения давления в контуре регулирования $\pi_к$ // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 8 (34). – С. 42-45.
13. Грудинкин В.М., Миргород В.Ф. Имитационное моделирование и управление температурным режимом ГТД АИ-25 ТЛШ // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – № 9/25. – С. 211-215.
14. Волков Д.И., Епифанов С.В. Сопряжение диапазонов задания параметров квазилинейной динамической модели ГТД при ее кусочно-линейном представлении // Вестник двигателестроения. – 2005. – № 2. – С. 67-70.

В.Ф. Миргород, В.М. Грудінкін
Нові комп’ютерно-орієнтовані форми математичних моделей авіаційних газотурбінних двигунів
Для кола задач оптимального керування, оцінки технічного стану та діагностики авіаційних газотурбінних двигунів розглянуті питання удосконалення існуючих кусково-лінійних диференціальних та побудови нових інтегральних математичних моделей, адекватно відображаючих статику та динаміку об’єктів керування та діагностики. Запропоновані нові математичні моделі у вигляді інтегральних рівнянь Вольтерра та методи їх комп’ютерної реалізації.

V.F. Mirgorog, V.M. Grudinkin
The New Computer-Oriented Forms of Mathematical Models of Aviation Gas Turbine Engines
For the optimal control problems, an estimation of technical state and diagnostics of aviation gas turbine engines questions of improvement of known differential and development of the new integrated mathematical models adequately reflecting statics and dynamics of control and diagnostics objects are examined. New mathematical models in the form of integrated Volterra equations and methods of their computer realization are offered.

Статья поступила в редакцию 17.07.2008.